

**CONSTRUCCION Y APLICACION DE UN ESPECTROGRAFO  
SISMICO MECANICO**

**Por**

**Fortunato Yoma Y.**

# CONSTRUCCION Y APLICACION DE UN ESPECTROGRAFO SISMICO MECANICO\*

p o r

*Fortunato Yoma Y.\*\**

## ABSTRACT

The determination of the maximum dynamic responses of one degree of freedom system under earthquake type excitation using a mechanical analog in the form of a torsion pendulum is the essential problem considered here.

This work is developed through the following steps:

- Part 1. Introduction. Exposition of the concept of the spectrum as the maximum response occurring in a single degree of freedom system, plotted against the undamped natural period of the system.
- Part 2. Theoretical analysis in order to get the principal equations to be used in the similarity procedure.
- Part 3. Dynamic equivalence between models and prototypes using the above relations.
- Part 4. Description of an instrument made in the Laboratorio de Estructuras de la Escuela de Ingeniería de la Universidad de Chile, whose finality is the deduction of the spectra. Precision of the instrument was checked with the following tests:
  1. Comparison between the instrumental spectrum of one sinusoidal wave with the analytic solution.
  2. Comparison between the spectre of the earthquake of El Centro, California, May 18, 1940, obtained by Mr. G. W. Housner in the California Institute of Technology with the instrumental solution for the case.
- Part 5. Illustrations of two test applications of the spectrograph for the local earthquakes at Santiago 13-ix-45 and San José de Maipo 4-ix-58 which are of appreciable intensities. Includes complete graphs for various values of damping.

## RESUMEN

El problema principal abordado en este trabajo corresponde a la determinación de la respuesta máxima dinámica de un sistema de un grado de libertad solicitado por un movimiento sísmico, usando un modelo mecánico en forma de péndulo de torsión.

El trabajo se ha desarrollado en la siguiente forma:

- Parte 1. Introducción. Exposición del concepto del espectro como máxima respuesta en un sistema de un grado de libertad, representado gráficamente en función del período propio sin amortiguamiento.
- Parte 2. Análisis teórico con relación a la resolución experimental de este problema por la teoría de modelos.

\*Recibido para su publicación en diciembre, 1961.

\*\*Ingeniero estructural, Laboratorio de Estructuras, de la Escuela de Ingeniería de la Universidad de Chile.

Parte 3. Equivalencia dinámica entre modelo y prototipo.

Parte 4. Descripción de un instrumento construido en el Laboratorio de Estructuras, Escuela de Ingeniería, Universidad de Chile, cuya finalidad es la deducción experimental del espectro. La precisión del instrumento se verificó con las siguientes pruebas:

1. Comparación de la solución instrumental para una onda sinusoidal con la solución analítica conocida.
2. Comparación del espectro del terremoto de El Centro, California, mayo 18 de 1940, obtenido por el Sr. G. W. Housner en el California Institute of Technology con la solución instrumental.

Parte 5. Ilustración de dos aplicaciones de espectrógrafos para los temblores locales: Santiago, 13-ix-45 y San José de Maipo, 4-ix-58, los cuales son de intensidad apreciable. Se incluye un gráfico completo para varios valores de amortiguamiento.

## 1. INTRODUCCION

Sabemos que uno de los principales problemas que preocupa al Ingeniero Estructural se enuncia como: Encontrar la ecuación del esfuerzo de corte máximo en cada piso de un edificio dado, solicitado por una generalidad de sismos.

El tratamiento de este problema es doblemente complejo, ya que las variables *estructura* y *sismo* se presentan en la práctica en muy diversas formas.

La ecuación esquemática de este problema podría ser:

$$Q_{max\ i} = \varphi\ i(E, S) \quad (1)$$

en que:

$Q_{max\ i}$  = Esfuerzo máximo en el piso *i*.

*E* = Características dinámicas de la estructura.

*S* = Sismo solicitante.

La relación (1) está referida a una estructura y a un sismo determinado. Su resolución para cada par de valores presenta serias dificultades en el campo analítico puro. Estas razones han llevado a los investigadores a buscar soluciones experimentales o mixtas. La generalidad de estos procedimientos está basada en la teoría de modelos y analogías.

Para que el conocimiento de los efectos máximos, ya sean éstos: amplitudes, velocidad o aceleraciones máximas, fórmulas del tipo (1), no dependa de cada estructura en particular y preste utilidad práctica, debe atenderse a las características dinámicas comunes de ellas.

Las características más importantes para este estudio son:

- a) Períodos propios de oscilación ( $T_i$ ).
- b) Índice de amortiguamiento ( $n$ ).
- c) Distribución de masa ( $m$ ).

Las principales informaciones dinámicas las constituyen líneas de influencia de esfuerzos y deformaciones máximos en estructuras elementales\* sometidas

\*En el texto se ha llamado estructura elemental a un sistema oscilante de un grado de libertad, formado por una masa *m* ligada a tierra desde su centro de gravedad por un resorte de rigidez *k* y provisto de amortiguamiento viscoso *c*. Ver Fig. 1.

a solicitaciones sísmicas, pues se persigue sentar un procedimiento que logre deducir a través de  $n$  estructuras elementales el efecto total de una estructura múltiple de  $n$  grados de libertad\*\*.

Si aplicamos la ecuación (1) a una estructura elemental definida por:  $\underline{m}$ ,  $\underline{k}$  y  $\underline{c}$ , o bien, como veremos más adelante, por:  $\underline{m}$ ,  $\underline{T}$  y  $\underline{n}$ , y llamando

$a_{max}$  = aceleración máxima del mov. de la masa  $m$

$a_{s,s}$  = aceleración del sismo  $S$

se llega a:

$$a_{max} = \varphi(T, n, a_{s,s}). \quad (2)$$

ecuación que representa la aceleración máxima del movimiento de deformación del sistema, cuando es solicitado por el sismo  $S$ , y su representación gráfica recibe el nombre de Espectro de Aceleración del Sismo  $S$ . Esta curva, en su forma más conocida, está referida a un par de ejes ortogonales: el eje de las abscisas lleva los períodos propios de oscilación sin amortiguamiento y en ordenadas se anotan aceleraciones máximas de la respuesta con respecto a la gravedad. Ver Fig. 6.

Como dijimos anteriormente, a través del análisis referido a estructuras elementales, se puede obtener informaciones de interés para los métodos de síntesis en estructuras complejas. Con relación a esta descomposición, cabe recordar que el número de modos, o formas oscilantes normales posibles, en una estructura cualquiera, es igual al de grados de libertad que ésta tiene. La Fig. 2 muestra esta propiedad de las estructuras múltiples. En ella se ilustra una estructura de 4 grados de libertad y sus 4 configuraciones armónicas.

Si se observa que en las estructuras reales cualquiera de sus puntos tiene libertad de vibrar con respecto al conjunto, se deduciría que la descomposición da lugar a infinitas armónicas. Felizmente, los edificios tienen una concentración suficiente de masa a la altura de cada piso que hace posible tratarlos como sistemas oscilantes de grado equivalente al número de pisos.

Una segunda limitación al número de configuraciones se deja ver inspeccionando los espectros sísmicos, cuya gama de valores importantes queda comprendida entre 0,2 seg. y 2,5 seg. Estos límites acotan, en la generalidad de las estructuras, los primeros modos de oscilaciones.

Por último, una tercera limitación del número de configuraciones importantes queda dada por el equivalente de masa correspondiente a cada armónica. El análisis establece que la totalidad de la masa se distribuye principalmente en las primeras armónicas.

Luego, en el método de síntesis del cálculo sísmico, sólo tienen interés el conocimiento de la forma fundamental y de las 2 ó 3 primeras armónicas.

En cuanto a la superposición de los estados parciales, podemos decir que tratados con sus valores máximos dan resultados excesivamente mayores que los reales. Esto se explica, pues los valores máximos no son simultáneos. Esta dificultad, en la práctica, se pretende obviar, afectando los valores parciales por coeficientes reductores y distintos para cada armónica. Existen otros criterios

\*\*Son sistemas constituidos por  $n$  masas ligadas elásticamente entre sí y tierra y provistas de amortiguamientos.

que aceptan como resultante la sumatoria lineal de los valores máximos: otros, el promedio cuadrático, etc.

Con el deseo de obtener experimentalmente el gráfico de la ecuación (2), que llamamos espectro de aceleración del sismo  $S$ , se ha desarrollado en el Laboratorio de Estructuras de la Escuela de Ingeniería de la Universidad de Chile la construcción y algunas aplicaciones de un Espectrógrafo Sísmico. El instrumento se ilustra en la Fig. 3.

## 2. ANALISIS DINAMICO DE UNA ESTRUCTURA ELEMENTAL

Estudiaremos el comportamiento dinámico de un oscilador simple, representado por una masa puntual  $m$ , un resorte de rigidez  $k$  y un amortiguamiento viscoso  $c$ , solicitado en la base con el movimiento dado por un sismograma. Si, Fig. 4:

$$\begin{aligned} x &= f(t) \text{ representa el movimiento absoluto de la base.} \\ y &= \text{movimiento de deformación de la estructura.} \\ x + y &= \text{movimiento absoluto de la masa } m. \end{aligned}$$

La ecuación de proyección horizontal de las fuerzas originadas por el movimiento del sistema, en un instante cualquiera, conduce a:

$$m (\ddot{x} + \ddot{y}) + c \dot{y} + ky = 0$$

que puede escribirse como:

$$m\ddot{y} + c\dot{y} + ky = -m\ddot{x} = F(t) \tag{3}$$

Se observa que la ecuación (3) puede interpretarse como movimiento de oscilaciones forzadas:

$$y = f_1(t)$$

provocado por la fuerza perturbadora:

$$F(t) = -m\ddot{x}$$

Para resolver la ecuación (3), estudiaremos el caso particular sin segundo miembro.

$$m\ddot{y} = c\dot{y} + ky = 0 \tag{4}$$

que se resuelve a través de la ecuación característica:

$$m q^2 + c q + k = 0$$

cuyas soluciones son:

$$\begin{aligned} q_1 &= -\frac{c}{2m} + \sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m}} = a + i b \\ q_2 &= -\frac{c}{2m} - \sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m}} = a - i b \end{aligned} \tag{5}$$

luego, la solución de la ecuación (4) tiene la forma:

$$y = \varphi_1 e^{q_1 t} + \varphi_2 e^{q_2 t} \tag{6}$$

$\varphi_1$  y  $\varphi_2$  son dos parámetros que dependen de las condiciones iniciales del problema.

Si la cantidad subradical es negativa, la ecuación (6) puede escribirse:

$$y = e^{at} (A \cos b t + B \operatorname{sen} b t) \tag{7}$$

A y B son otros parámetros que también dependen de las condiciones iniciales del movimiento. Si imponemos las siguientes condiciones:

$$\begin{aligned} y &= 0 \text{ en el instante: } t = 0 \\ y' &= V_0 \text{ " " " " } t = 0 \end{aligned}$$

se obtiene:

$$y = \frac{V_0}{b} e^{at} \operatorname{sen} b t \tag{8}$$

que representa el movimiento de un oscilador simple, sin fuerza perturbadora y en medio viscoso. Observamos que las amplitudes máximas quedan comprendidas entre las curvas:

$$y_{\max} = \pm \frac{V_0}{b} e^{at} \tag{9}$$

y la periodicidad del movimiento queda indicada por la función:

$$\phi = \operatorname{sen} b t \tag{10}$$

### Período propio de Oscilación.

Si llamamos  $T$  el tiempo que transcurre entre los instantes de dos máximos consecutivos, se tendrá, de acuerdo con la ecuación (10):

$$b T = 2 \pi$$

$$T = \frac{2 \pi}{b}$$

y como, según ecuación (5):

$$b = \sqrt{\frac{k}{m} - \left(\frac{c}{2m}\right)^2}$$

se tiene que:

$$T = \frac{2 \pi}{\sqrt{\frac{k}{m} - \left(\frac{c}{2m}\right)^2}} \tag{11}$$

que corresponde al período de oscilación del movimiento amortiguado.

Si hacemos en la ecuación (11) :

$$c = 0$$

se obtiene:

$$T_o = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{k}{m}}} \tag{12}$$

que representa el período de oscilación sin amortiguamiento, o período natural. si desarrollamos el segundo miembro en serie por la forma de Maclaurin, se tiene:

$$\frac{y_s}{y_o} = 1 - 2\pi s \frac{c}{c_o} + \frac{\left(2\pi s \frac{c}{c_o}\right)^2}{2!} - \dots$$

y considerando sólo los dos primeros términos, de magnitud apreciable, se deduce:

$$\frac{Y_o - Y_s}{y_o} = 2\pi s \frac{c}{c_o} = \left[ \frac{y_s}{y_o} \right]$$

designando por:

$$d = - \left[ \frac{y_s}{y_o} \right] = \text{decremento logarítmico}$$

$$n = \frac{c}{c_o} 100\% = \text{amortiguamiento relativo}$$

podemos expresar el amortiguamiento relativo *n* en función del decremento logarítmico *d*.

$$n = \frac{100}{2\pi s} d \%$$

o bien

(14)

$$n = \frac{100}{2\pi s} \frac{y_o - y_s}{y_o} \%$$

### Oscilaciones forzadas con amortiguamiento viscoso.

La ecuación (3) representa el movimiento que nos interesa. El segundo miembro es la fuerza perturbadora:

### Amortiguamiento crítico.

La transición entre el movimiento oscilatorio y el unidireccional se puede establecer en la ecuación (11) haciendo tender a infinito el valor *T*. Esta condición equivale a expresar:

$$\sqrt{\frac{k}{m} - \left(\frac{c}{2m}\right)^2} = 0$$

el valor del amortiguamiento que satisface esta condición se llama amortiguamiento crítico ( $c_c$ ) y es igual a:

$$c_c = 2 \sqrt{k m} \tag{13}$$

**Amortiguamiento relativo.**

En la ecuación (9) se observa que las amplitudes decrecen en progresión geométrica al término de los sucesivos ciclos. Si llamamos  $y_0$  una amplitud máxima producida en el instante  $t_0$  y  $y_s$  después de  $s$  oscilaciones, se tendrá, de la ecuación (9):

$$\begin{aligned} y_0 &= C e^{a t_0} \\ y_s &= C e^{a t_s + s \tau} \end{aligned}$$

dividiendo miembro a miembro, se tiene:

$$\frac{y_s}{y_0} = e^{s \tau}$$

e introduciendo los valores de las ecuaciones (5), (11) y (13), se llega a:

$$\frac{y_s}{y_0} = e^{-2\pi s \frac{c}{c_c}} \sqrt{\frac{1}{1 - \left(\frac{c}{c_c}\right)^2}}$$

en atención a los valores prácticos del amortiguamiento en las estructuras, podemos aproximar a 1 la cantidad subradical, quedando:

$$\frac{y_s}{y_0} = e^{-2\pi s \frac{c}{c_c}}$$

$$F(t) = - m \ddot{x}$$

que actúa en el centro de gravedad de la masa  $m$  del sistema. Fig. 4.

Supongamos que la curva  $AB$ , Fig. 5, represente la fuerza perturbadora por unidad de masa. El valor de la fuerza perturbadora en un instante  $t$ , es:

$$F(t) = - m \ddot{x}$$

el incremento de velocidad que esta fuerza aportará al movimiento total de la masa actuando durante el intervalo de tiempo  $\Delta t$  queda dado por la relación:



$$m \Delta V = F \Delta t$$

$$\Delta V = \frac{F \Delta t}{m} = - \ddot{x} \Delta t \quad (15)$$

de acuerdo con la ecuación (8), el movimiento resultante para las condiciones iniciales:

$$t = 0 : \quad v = 0$$

$$V = \Delta V = - \ddot{x} \Delta t$$

es:

$$y_1 = \frac{V_{10} a (t-t_i)}{b} \text{ sen } b (t-t_i)$$

basándonos en el principio de Lord Raleigh, determinamos la ecuación del movimiento final como sumatoria de movimientos parciales originados por impulsos sucesivos.

$$Mov. (F_{total}) = \Sigma Mov. (F_{parv})$$

sumando los movimientos parciales y pasando al límite, se llega a la ecuación del movimiento vibratorio amortiguado en régimen forzado, ecuación de Duhamel.

$$y = - \frac{1}{b} \int_0^t \ddot{x} e^{-a(t-t_i)} \text{ sen } b (t-t_i) dt_i \quad (16)$$

### 3. EQUIVALENCIA DINAMICA ENTRE MODELO Y PROTOTIPO

Los parámetros  $a$  y  $b$  de la ecuación (16) se pueden expresar en función de  $T_n$  y  $n$ . En efecto, si en las expresiones:

$$a = - \frac{c}{2m}$$

(ecuaciones 5.)

$$b = \sqrt{\frac{k}{m} - \left(\frac{c}{2m}\right)^2}$$

sacamos factor:

$$\sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{2 \pi}{T_n} \quad (\text{ecuación 12.})$$

resulta:

$$a = - \frac{2 \pi}{T_0} \frac{c}{2 \sqrt{k m}}$$

$$b = \frac{2 \pi}{T_0} \sqrt{1 - \left( \frac{c}{2 \sqrt{k m}} \right)^2}$$

y considerando que:

$$c_0 = 2 \sqrt{k m}$$

(ecuación 13.)

$$n = \frac{c}{c_0}$$

queda:

$$a = - 2\pi n \frac{1}{T_0} = \alpha \frac{1}{T_0}$$

$$b = 2\pi \sqrt{1 - n^2} \frac{1}{T_0} = \beta \frac{1}{T_0}$$

en que  $\alpha$  y  $\beta$  son cantidades sin dimensiones.

Introduciendo estos valores en la ecuación 16, se tiene:

$$y = - \frac{T_0}{\beta} \int_0^t \ddot{x} e^{\alpha \frac{t-t_r}{T_0}} \operatorname{sen} \beta \frac{t-t_r}{T_0} dt \quad (17)$$

se ve que la equivalencia dinámica entre modelo y prototipo de una estructura elemental queda determinada por la igualdad de los amortiguamientos relativos y sus periodos propios.

### Cambio ficticio del periodo propio.

Con el propósito de conocer experimentalmente la respuesta dinámica definida por la ecuación (17), de estructuras con iguales amortiguamientos relativos y periodos propios variables, se procedió, por simplicidad operativa, en forma indirecta actuando sobre la escala de tiempo manteniendo constante el periodo propio absoluto del oscilador. En efecto, si referimos la ecuación (17) a una escala de tiempo diferente, definida por la relación:

$$t_r = \frac{t}{r}$$

el valor constante del período propio  $T_0$  en esta nueva escala valdrá:

$$T_{0r} = \frac{T_0}{r}$$

y la ecuación (17) toma la forma:

$$y_r = - \frac{T_0/r}{\beta} \int_0^{t/r} \ddot{x}_r e^{-\alpha \frac{tr-t/r}{T_0/r}} \operatorname{sen} \frac{\beta tr-t/r}{T_0/r} dt/r$$

que puede interpretarse como respuesta de un oscilador con período propio  $r$  veces inferior a  $T_0$ .

Se hace hincapié en el artificio expuesto, pues permite obtener la gama completa de períodos propios de los gráficos espectros a través de un oscilador de período propio fijo por variaciones consecutivas de la escala de tiempo. Este procedimiento se empleó en la construcción del espectrógrafo citado en este trabajo.

#### Aplicación de la fuerza perturbadora en el modelo.

La fuerza perturbadora:  $F_{(t)} = - m \cdot \ddot{x}$  (ecuación 3.)

que actúa en el centro de gravedad de la masa del oscilador, en el Instrumento se obtiene imprimiendo deformaciones  $\Delta(t)$  en la base del soporte elástico de rigidez  $k$  dada por la relación:

$$\Delta(t) = - \frac{m}{k} \ddot{x}$$

puesto que:

$$\Delta(t) \cdot k = - m \cdot \ddot{x} = F_{(t)}$$

Las magnitudes unitarias de tiempo y aceleración se eligen arbitrariamente procurando reducir el grado de sinusoidad del acelerograma y lograr gráficos de dimensiones convenientes.

#### 4. Descripción del espectrógrafo.

Es un instrumento representativo de una estructura elemental, provisto de dos dispositivos cuyas finalidades tienen relaciones con:

- a. Solicitación,
- b. Respuesta.

El primero sirve para imponer el esfuerzo sísmico y está constituido por un brazo cuyo extremo recorre la curva de un acclerograma y se encuentra solidario a la base de la estructura elemental. El segundo dispositivo sirve para registrar la respuesta dinámica de la estructura y lo forma un estilete solidario a la masa de ésta que marca sobre un papel sensible las amplitudes del movimiento.

La estructura elemental está representada por un péndulo de torsión provisto de un dispositivo de amortiguamiento viscoso. Ver Fig. 3.

### Precisión del Instrumento.

Interesa conocer la precisión del instrumento con respecto a los valores de tiempo y aceleración. En el eje horizontal, o de tiempo, los valores se pueden fijar por cotejo de un gran número de oscilaciones, obteniéndose valores más exactos por desplazamientos sucesivos de las masas. Las experiencias que se exponen más adelante se desarrollaron con  $E_i = \pm 0,2\%$  de error en la medida de los períodos propios.

Observación: En la tabla, los espacios señalados con:

— indican valores fuera del gráfico.

• son valores no incluidos en el cálculo por quedar muy retirados de una curva regular envolvente.

$X_T =$ <i>Valor teórico</i>	$X_E =$ <i>Valor Exp.</i>	$\delta =$ $X_E - X_T$	$\frac{100 \delta}{X_T}$	$X =$ <i>Desv. lineal</i> $\frac{100}{X} = R_0$	$X^2 =$ <i>Desv. cuadrática</i>
385	385	0	0	— 5.2	27.0
398	386	— 12	— 3.0	— 8.2	67.2
413	427	+ 14	+ 3.4	— 1.8	3.2
432	450	+ 18	+ 4.2	— 1.0	1.0
448	459	+ 11	+ 2.4	— 2.8	2.8
474	483	+ 9	+ 1.9	— 3.3	10.9
504	524	+ 22	+ 4.4	— 0.8	0.6
542	564	+ 22	+ 4.1	— 1.1	1.2
595	601	+ 6	+ 1.0	— 4.2	17.6
655	703	+ 48	+ 7.3	+ 2.1	4.4
735	784	+ 49	+ 6.8	+ 1.6	2.7
866	915	+ 49	+ 5.7	+ 0.5	0.5
1040	1140	+ 100	+ 10.6	+ 5.4	29.2
1350	1365	+ 15	+ 1.1	— 4.1	16.8
2020	1980	— 40	— 1.8	— 7.0	49.0
—	—	—	—	—	—
—	—	—	—	—	—
—	—	—	—	—	—
1800	1630	— 170	— 9.4	— 14.6	213.2
1165	1260	+ 95	+ 8.1	+ 2.9	8.4
865	900	+ 35	+ 4.0	— 1.2	1.4
677	770	+ 93	•	•	•
545	600	+ 55	+ 1.0	— 4.2	17.6
456	496	+ 40	+ 0.9	— 4.3	18.5
390	404	+ 14	+ 3.6	— 1.6	2.7
344	350	+ 6	+ 1.8	— 3.4	11.5
302	328	+ 26	+ 8.6	+ 3.4	11.5
266	304	+ 38	•	•	•
239	271	+ 32	+ 11.1	+ 5.9	34.8
218	274	+ 56	+ 13.6	•	•
198	225	+ 27	•	+ 8.4	70.6
182	235	+ 53	+ 15.2	•	•
165	190	+ 25	•	+ 10.0	100

En el eje vertical, o de amplitud de la respuesta, pueden presentarse dos formas de errores según sus orígenes:

a. Error estático. A este grupo pertenecen los errores de medidas de las longitudes de brazos, estiletos, registros, etc.

b. Error dinámico. Dependen de la deformabilidad de algunos elementos considerados infinitamente rígidos en la construcción del instrumento.

La magnitud de estos errores se determinó experimentalmente por comparación del espectro de una onda sinusoidal, cuya ecuación analítica se conoce. Las figuras 7 y 8 muestran la comparación de ambas curvas.

La tabla siguiente contiene los valores de esta experiencia. A continuación se calculan los porcentajes de desviaciones con respecto a los valores analíticos exactos, se determinan el promedio y la dispersión normal como índice de variación de estos valores.

$$Ro = \text{medio aritmético} = \sum \frac{100 \delta}{n X_T} = \frac{135\%}{26} = 5,2\%$$

$$S = \text{Dispersión normal} = \sqrt{\frac{\sum X^2}{n} - \left(\frac{\sum \delta}{n}\right)^2}$$

$$\frac{\sum X^2}{n} = \frac{729,1}{26} = 28,0$$

$$\left(\frac{\sum X}{n}\right)^2 = Ro^2 = 5,2^2 = 27,0$$

$$\text{luego : } S = \sqrt{28,0 - 27,0} = \sqrt{1,0} = 1\%$$

*Resumen:*

Número de valores comparados	26
Promedio aritmético	5,2%
Dispersión normal	1,0%

### Conclusiones:

El bajo valor del coeficiente de dispersión nos está indicando que existe una densidad alta de los valores alrededor del promedio deducido, por lo que estimamos suficiente una reducción a posteriori de 5,2%. En el instrumento se tomó en consideración esta corrección actuando sobre la longitud del estilete inscriptor.

Como test de precisión de una respuesta con amortiguamiento, se comparó la solución instrumental del espectro de aceleración del terremoto de El Centro, California, 18 de mayo de 1940, componente N-S, con la solución obtenida por G. W. Hourner, según la revista del California Institute of Technology, septiembre de 1953. Ver Figs. 9-10-11.

## 5. ALGUNAS APLICACIONES DEL ESPECTROGRAFO

A continuación se exponen los espectros de dos sismos locales de magnitud apreciable, son:

- a. 13 de septiembre de 1945. Santiago.
- b. 4 de septiembre de 1958. San José de Maipo.
- a. Santiago, 13 de septiembre de 1945. Ln:

S. O. 260g. Tuvo lugar a las 7 horas 17 minutos, con epicentro en la Cordillera de los Andes frente a Rancagua, de gran intensidad y extensión: grado iv de la escala Inditecnor. El desarrollo del análisis experimental y resultados se muestran en las Figs. 12-13-14-15. La Fig. 16 corresponde al gráfico completo del espectro de aceleraciones de este sismo para diversos amortiguamientos.

La Fig. 17 es una comparación gráfica de este espectro con el obtenido por LEPE F. y TORRES O. (1950).

A pesar de la diferencia de procedimientos empleados, se observa gran coincidencia de los resultados en el espectro sin amortiguamiento:  $n = 0$ . Sin embargo, no se esperaba mejor coincidencia en el caso:  $n = 0,05$ , pues los amortiguamientos ensayados son de distintas naturalezas. En nuestro caso se trabajó con amortiguamiento relativo a la velocidad de deformación de la estructura y en el trabajo citado, con amortiguamiento referido a la velocidad del movimiento total.

- b. San José de Maipo, 4 de septiembre de 1958.

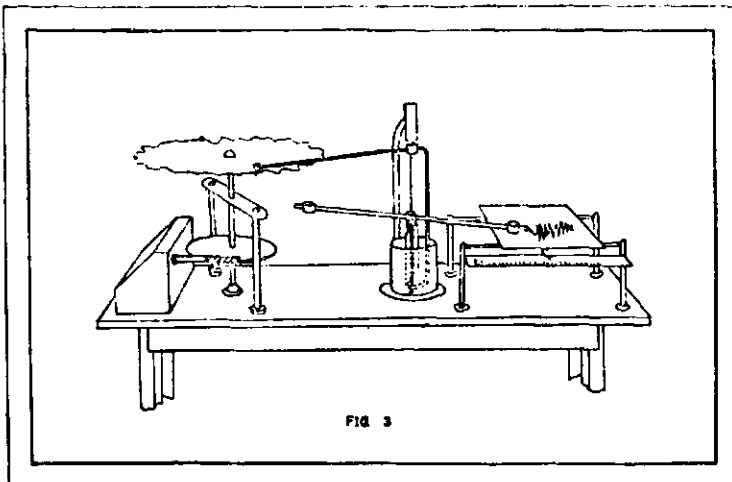
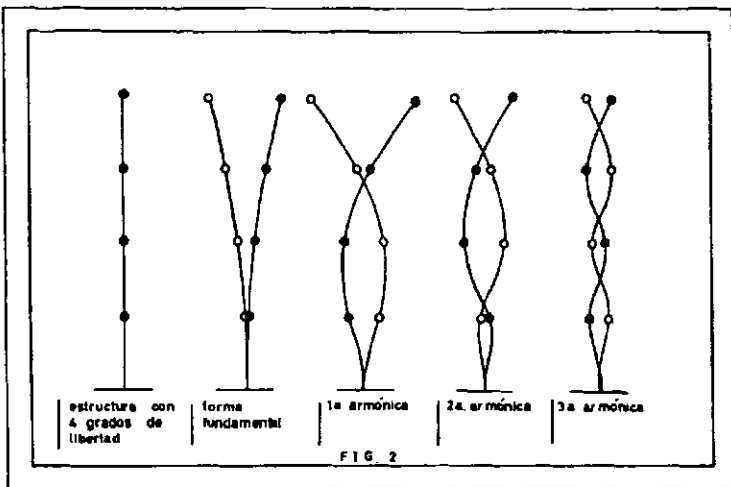
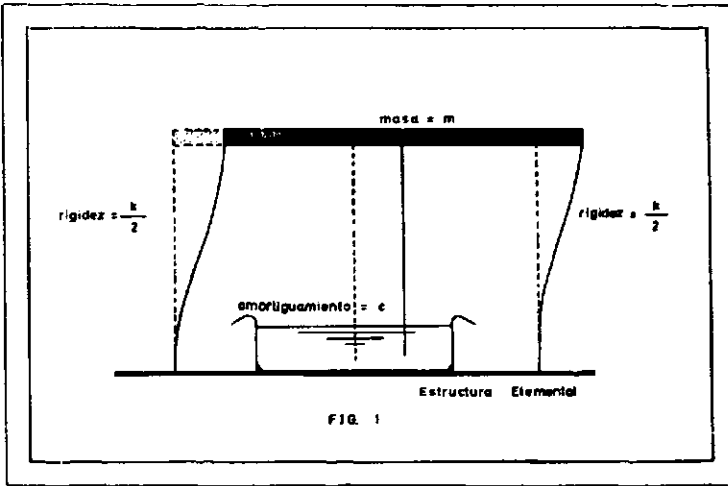
N. 10° W. Registrado en Santiago de Chile por el Instituto de Geofísica y Sismología (I. G. S.). Se analiza el sismo de las 17 horas 30 minutos, uno de los tres consecutivos que tuvieron lugar el mismo día. Las Figs. 18 a 25 muestran el procedimiento y el espectro de aceleración completo para varios amortiguamientos.

## REFERENCIAS

- ALFORD, J. L.; HOUSNER, G. W. and MARTEL, R. R. (1951): Spectrum Analyses of Strong-Motion Earthquakes. Report of the Earthquake Research Laboratory, California Institute of Technology.
- HARTOG, D. (1956): Mechanical Vibrations. McGraw Hill Co. New York.
- LEPE, J. y TORRES, R. (1950): Péndulo de Torsión en Análisis Sísmico. Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas Universidad de Chile. Memoria de Prueba, Escuela de Ingeniería. Santiago de Chile.
- TIMOSHENKO, S. and YOUNG, D. H. (1956): Dinámica Avanzada. Editorial Hachette. Buenos Aires.

## **ANEXO**

**Figuras explicativas**





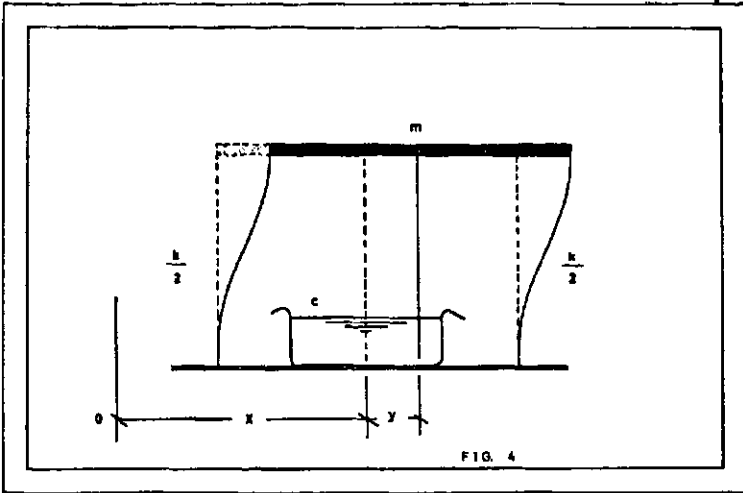


FIG. 4

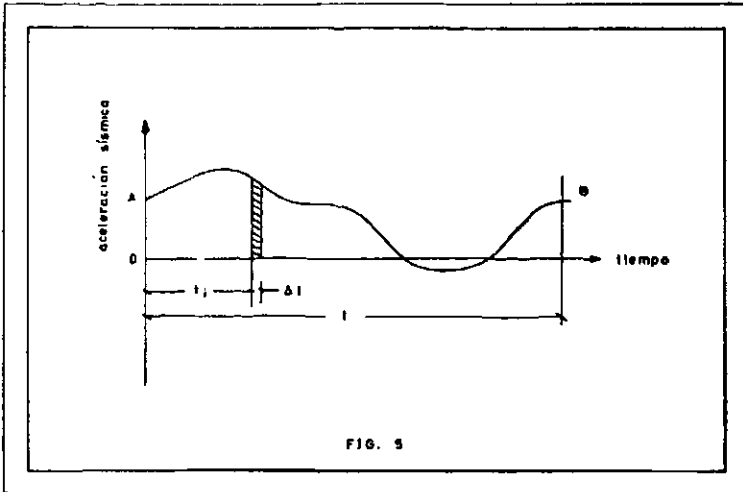


FIG. 5

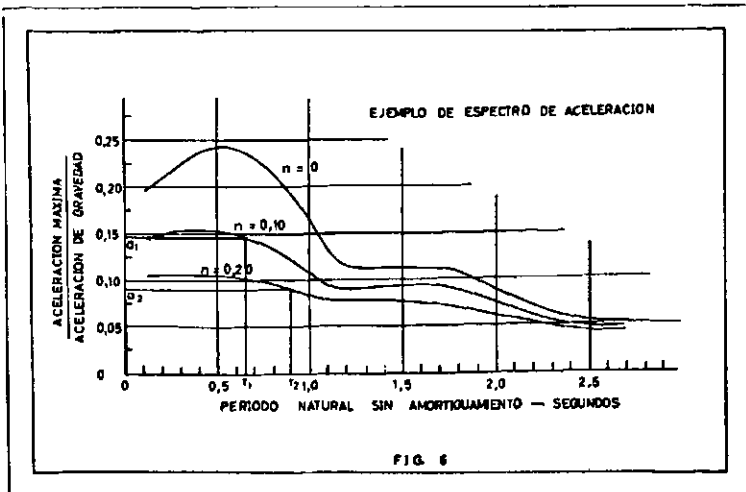


FIG. 6

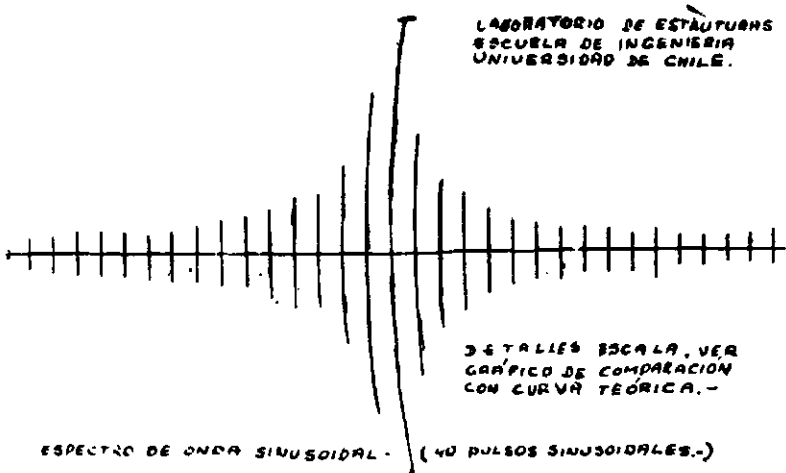


Figura 7

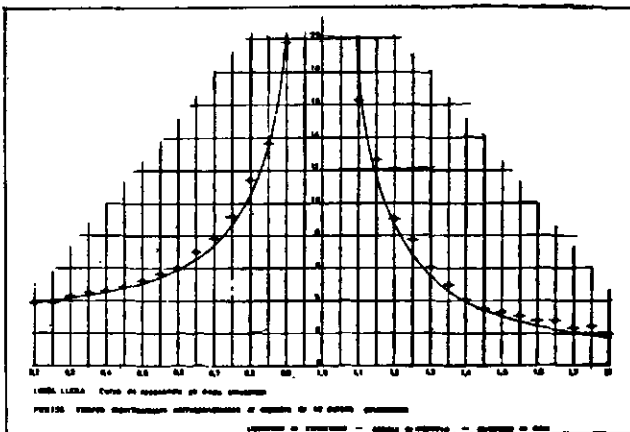


Figura 8

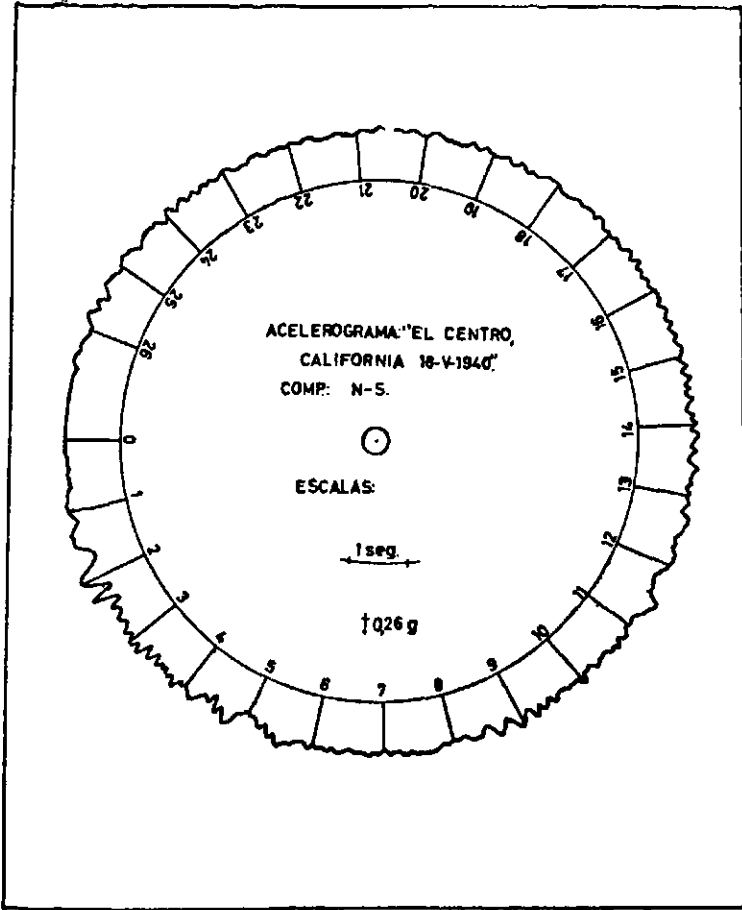


Figura 9

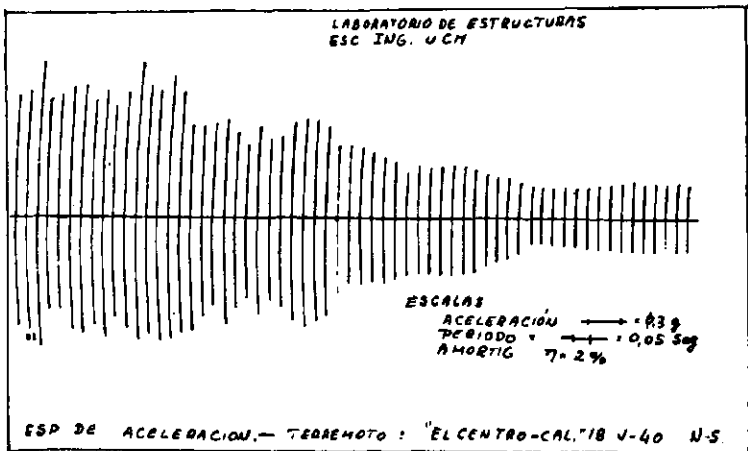


FIG 10

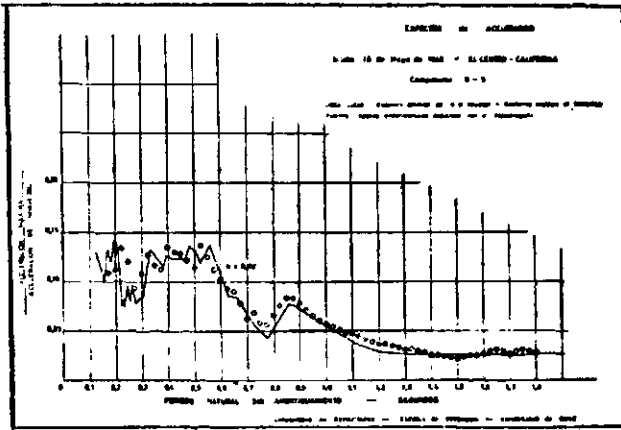


Figura 11

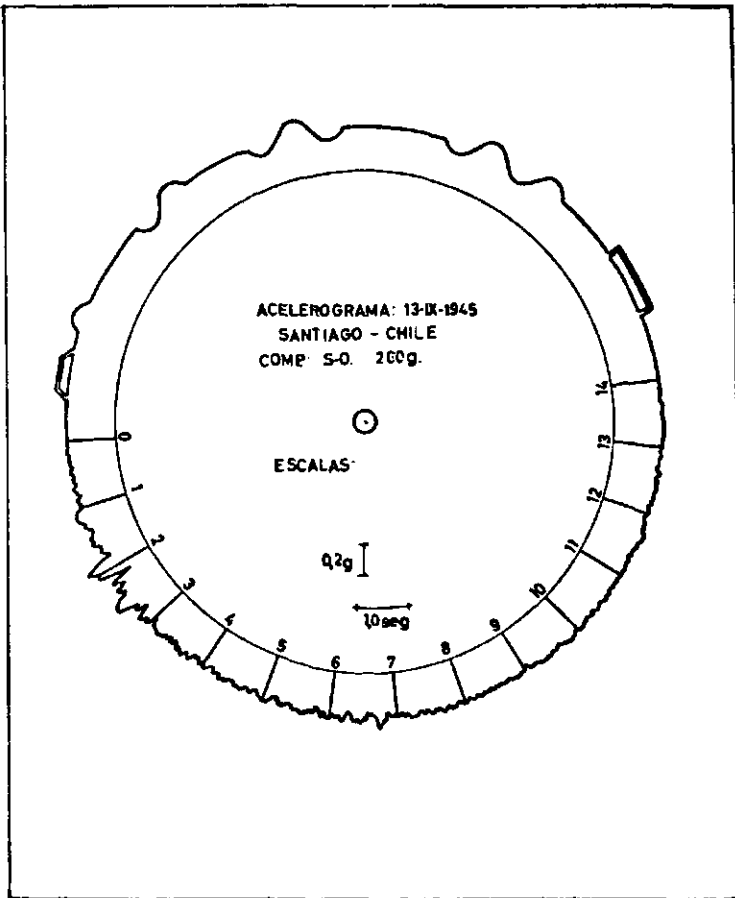


Figura 12

LABORATORIO DE ESTRUCTURAS  
ESCUELA DE INGENIERIA  
UNIVERSIDAD DE CHILE

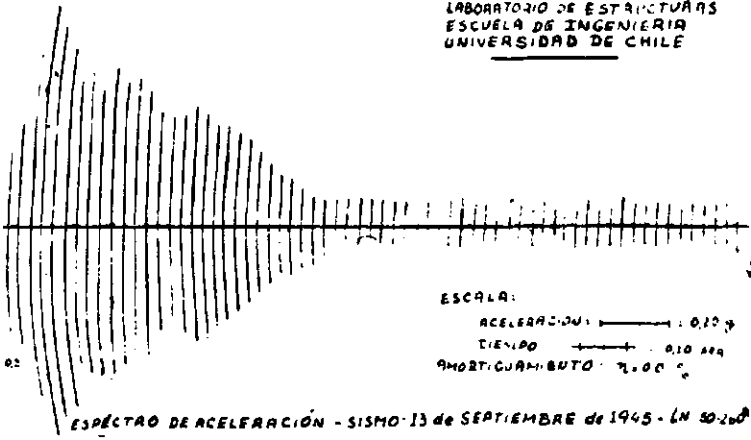


Figura 13

LABORATORIO DE ESTRUCTURAS  
ESCUELA DE INGENIERIA  
UNIVERSIDAD DE CHILE

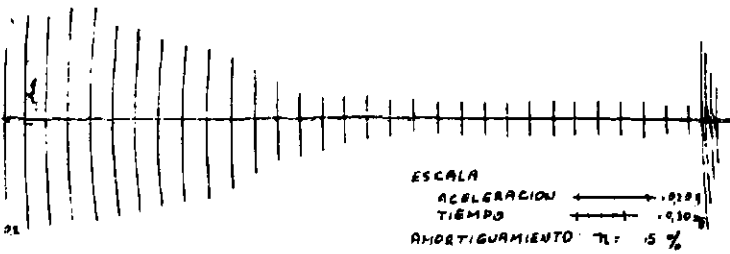
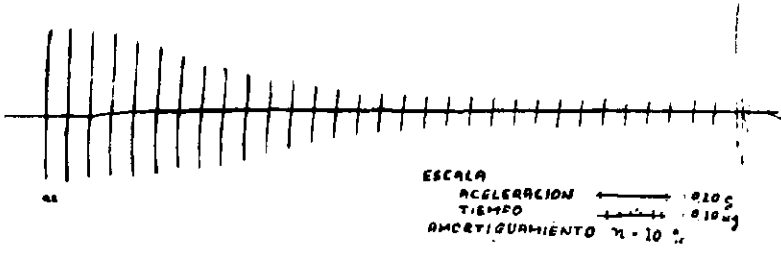


Figura 14

LABORATORIO DE ESTRUCTURAS.  
ESCUELA DE INGENIERIA.  
UNIVERSIDAD DE CHILE



ESPECTRO DE ACCELERACION SISMO 13 DE SEPTIEMBRE DE 1945 - LN 50-2602  
-000-

Figura 15

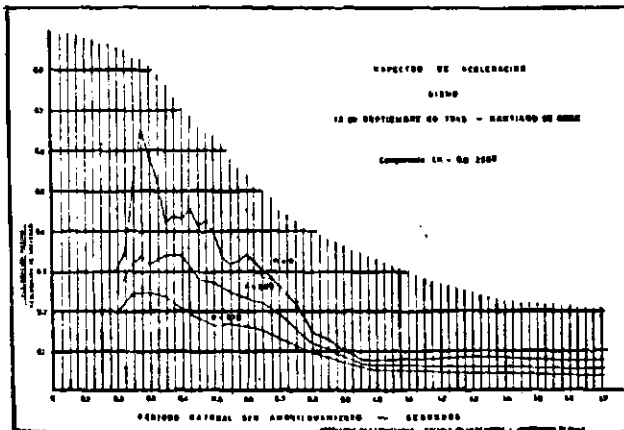


Figura 16

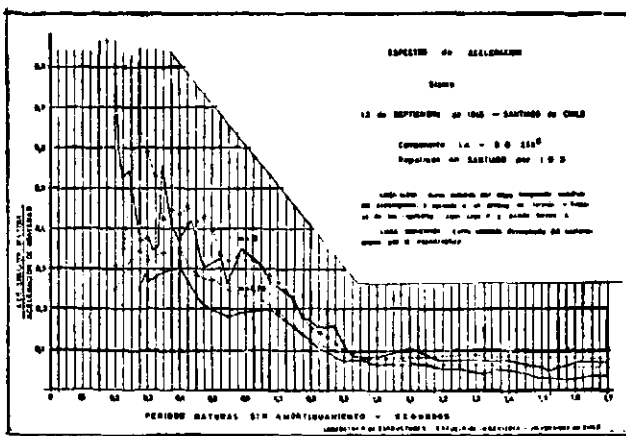


Figura 17

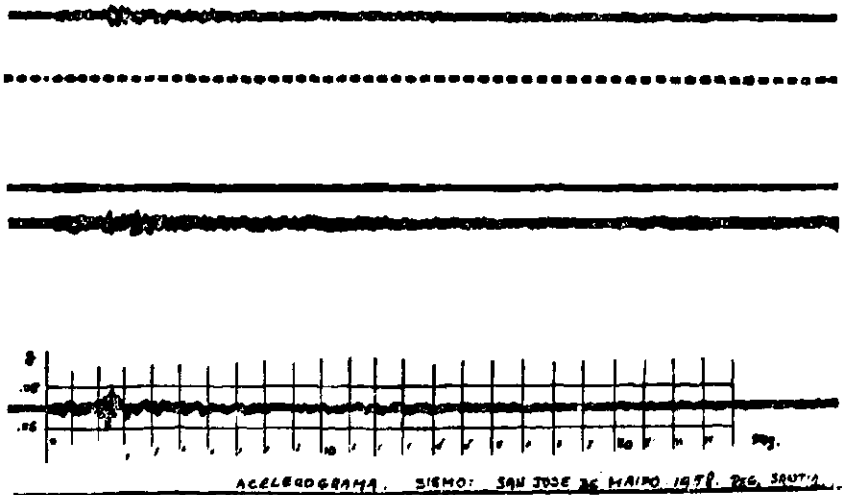


Figura 18

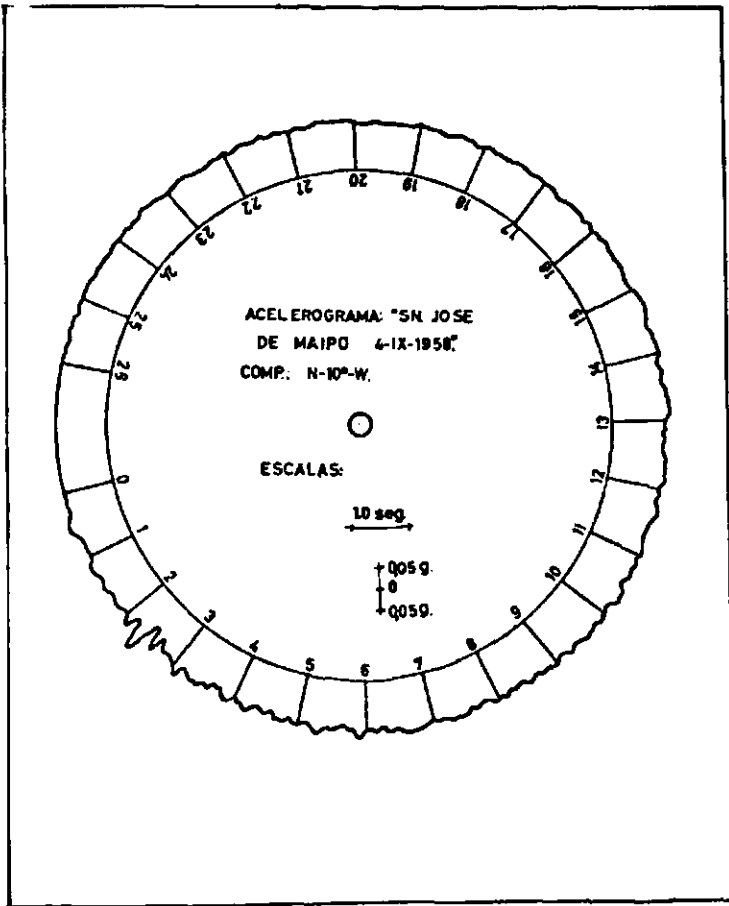


Figura 19

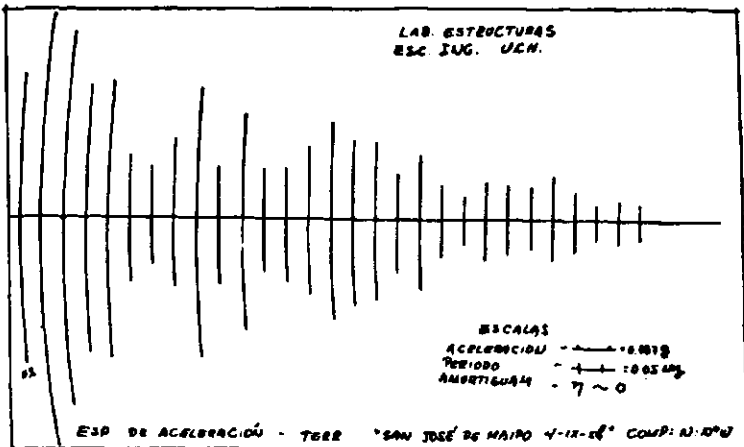


FIG 20



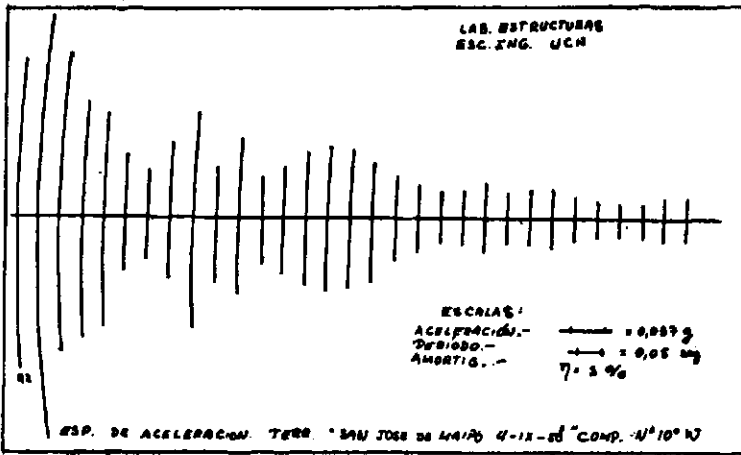


FIG. 21

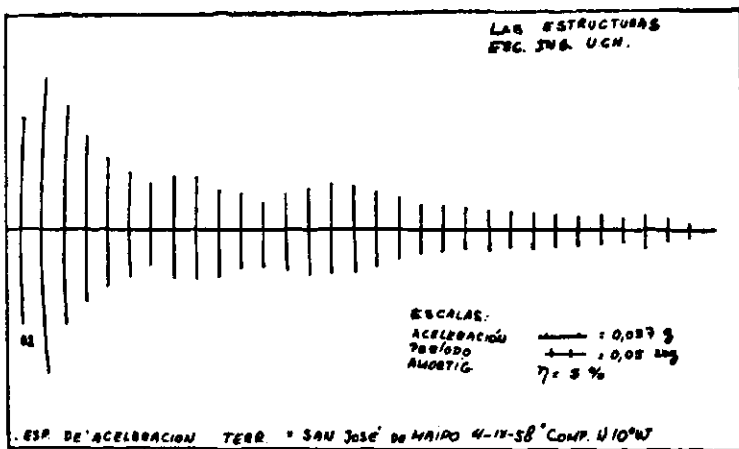
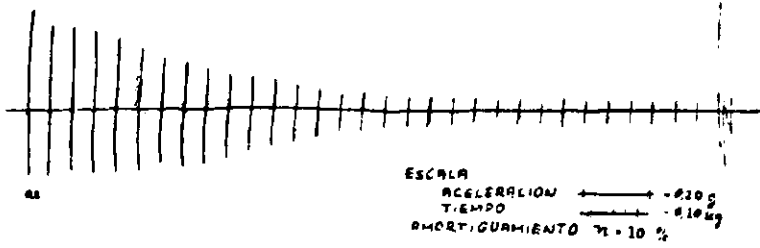


FIG 22

LABORATORIO DE ESTRUCTURAS.  
ESCUELA DE INGENIERIA.  
UNIVERSIDAD DE CHILE



ESPECTRO DE ACCELERACION - SISMO 13 de SEPTIEMBRE de 1945 - LN/S 0-2609  
0001

Figura 23

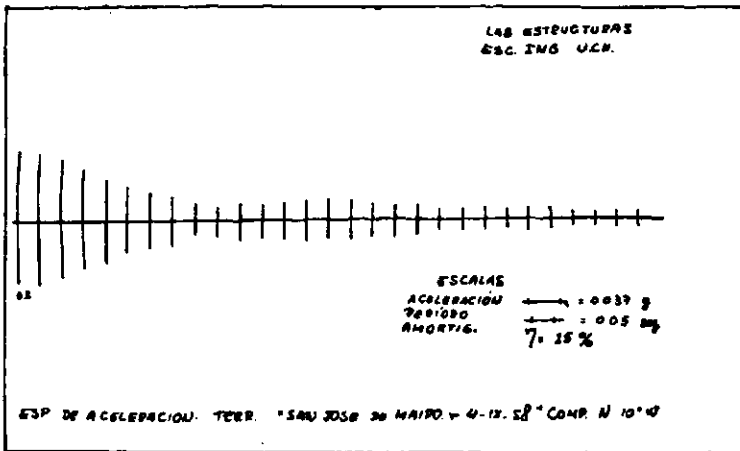


FIG. 24

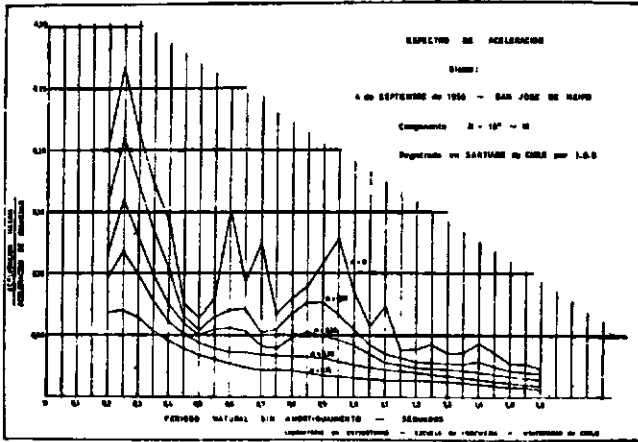


Figura 25